

Csemegék az analízisből középiskolai ízesítéssel

Besenyei Ádám
badam@cs.elte.hu

11. hét

11.1. Legyen $x_1 = 1$ és $y_1 = 2$, továbbá legyen $x_{n+1} = H(x_n, y_n)$, valamint $y_{n+1} = A(x_n, y_n)$, ahol H , illetve A jelöli a harmonikus, illetve számtani közepet. Határozza meg mindazon α valós számokat, amelyre minden n pozitív egész esetén $\alpha \in [x_n, y_n]$ teljesül!

11. évfolyam

11.2. Adottak az a és b pozitív számok. Legyen $a_1 = a$ és $b_1 = b$, továbbá $a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$ és $b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$. Bizonyítsuk be, hogy az (a_n) és (b_n) sorozatok konvergensek, és hogy a két sorozat határértéke megegyezik!

Gémes Margit – Szentmiklóssy Zoltán: Bevezető analízis 2 példatár, 2.270. feladat