

Bevezető analízis vizsgatematika

Rövid ciklusú matematikatanár szak, 2018. ősz

Tudnivalók a vizsgáról.

A vizsgán ezen a tematikán kívül segédeszköz nem használható. A vizsga megkezdésekor mindenki két tételt húz az alábbi tételsorból (az egyiket a tételsor első feléből, a másikat a második feléből). A vizsgázónak ezután legalább 1 óra felkészülési ideje van. Fontos, hogy a vizsgázó a fogalmakat és az összefüggéseket konkrét példákon keresztül is tudja szemléltetni. A vizsgáztató szűrőpróbaszerűen feltehet olyan kérdéseket is, amelyek nem a vizsgázó két húzott tételéhez kapcsolódnak.

Vizsgakérdések.

1. Logikai állítások, logikai műveletek, azonosságok. Nyitott mondatok, kvantorok, tagadás.
2. Indirekt bizonyítás, $\sqrt{2}$ irracionálitása. Teljes indukció, $2^n > n$. Bernoulli-egyenlőtlenség.
3. Számítani, mértani közép, a közepek közötti egyenlőtlenség. Halmazok megadása, egyenlősége, részhalmaz, üreshalmaz. Halmazműveletek, azonosságok.
4. A valós számok konstruktív és axiomatikus megalapozásainak jelentése. Testaxiómák, rendezési axiómák.
5. Intervallumok. Abszolút érték, háromszög-egyenlőtlenség. Pozitív egészek, egészek, racionális, irracionális számok. Az arkhimédészi axióma.
6. Egymásba skatulyázott intervallumok, Cantor-axióma, a $(0, 1/n)$ alakú intervallumok metszete.
7. Véges és végtelen tizedes törtek. Nemnegatív számok végtelen tizedes tört alakjának létezése, az egyértelműség kérdése. Minden végtelen tizedes tört alak egyértelműen meghatároz egy valós számot.
8. Halmazok maximuma és minimuma, példák. Halmazok felső és alsó korlátja, felülről korlátos és alulról korlátos halmazok, példák.
9. A teljességi tétel. Halmazok szuprémuma és infimuma a korlátos és nem korlátos esetekben, példák.
10. Hatványozás egész kitevők esetén, azonosságok. Négyzetgyök és n -edik gyök definíciója. Hatványozás kiterjesztése racionális és valós kitevőkre. A hatványozás azonosságai.
11. Sorozatok konvergenciájának ekvivalens definíciói, példák.
12. Végtelenhez tartó és mínusz végtelenhez tartó sorozatok, ekvivalens definíciók, példák. Oszcillálva divergens sorozatok, példák.
13. Határérték és korlátosság kapcsolata.
14. Nevezetes határértékek: n^k , a^n , $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$. A nagyságrend fogalma.
15. Összeg- és szorzatsorozat határértéke, kritikus esetek, példák.
16. Reciprok- és hányadossorozat limesze, kritikus határértékek, példák.
17. A rendőrelv különböző esetei, példa. Kapcsolat $a_n \leq b_n$ és $\lim a_n \leq \lim b_n$ között, ellenpéldák.
18. Monoton sorozat határértéke. Példa rekurzív sorozat határértékének kiszámítására.
19. Az $(1 + 1/n)^n$ és $(1 + 1/n)^{n+1}$ sorozatok, az e szám.
20. Részsorozat határértéke. Monoton részsorozat létezése, Bolzano–Weierstrass-tétel.
21. Végtelen sorok konvergenciája, divergenciája, összege, példák. Mértani sor.
22. Harmonikus sor, hiperharmonikus sorok.
23. Sorok konvergenciája és algebrai műveletek kapcsolata.
24. Sorok konvergenciájának szükséges feltétele, példák. Majoráns és minoráns kritérium, példák.
25. Függvény értelmezési tartománya, értékkészlete, grafikonja. Injektív, szürjektív függvények, példák.
26. Függvények tulajdonságai: páros, páratlan, periodikus, monoton, példák. Az egész és tört rész.