

## Többszörös analízis 1., 2017. őszi, Gyakorló feladatsor a 2. zh-hoz

**Tudnivalók.** Minden feladat 1 pontot, de csak teljes **indoklással**. Részpontoszám is kapható, azonban súlyos hibát tartalmazó megoldásra nulla pontot adunk, még ha a megoldásnak vannak helyes részei is. A dolgozat értéke osztályzatban kb. 1-gyel kevesebb az elért pontok számánál. Az előadáson vagy gyakorlatokon bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például „Előadáson/Gyakorlaton bizonyítottuk, hogy...”), kivéve ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. A feladatok nem nehézségi sorrendben következnek. A megoldásra 120 perc áll rendelkezésre.

**Semmilyen** segédeszköz nem használható, **számológép sem!** **Mobiltelefon nem lehet az asztalon, mobiltelefont használni tilos!** Jó munkát!

---

1. Nyílt-e, zárt-e a  $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, y = 0\}$  halmaz a síkon?
2. Van-e olyan halmaz  $\mathbb{R}$ -ben, amelynek
  - a) pontosan három belső pontja van?
  - b) pontosan három határpontja van?
3. Mi a logikai kapcsolat az alábbi kijelentések között, ha  $H \subset \mathbb{R}^2$  halmaz?

**P:** Az  $x$  határpontja  $H$ -nak.  
**Q:** Az  $x$  minden környezetében van  $H$ -nak belső és külső pontja is.
4. Legyen  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = xy$ . Sejtsük meg  $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} f(x, y)$  értékét, majd definíció szerint igazoljuk sejtésünket.
5. Legyen  $f(x, y) = x^2 + y^2$ , ha  $xy \neq 0$ , és  $f(x, y) = 0$  különben. Differenciálható-e  $f$  az origóban?
6. Határozzuk meg a  $p$  paraméter értékét úgy, hogy az  $f(x, y) = x^2 + py^2$  függvénynek
  - a) az  $(1, 1)$  pontbeli iránymenti deriváltjai közül a  $45^\circ$ -os irányú legyen a legnagyobb.
  - b) a  $(0, 1)$  pontban a grafikon érintősíkjá párhuzamos legyen az  $xy$  síkkal.
7. Az  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$  négyzetlap mely pontjában a lehető legnagyobb az  $xy(1 - x - y)$  kifejezés értéke?