

A B2 jelzésű feladatokat azok adhatják be, akik még nem vették fel az Egyváltozós analízis 2 tárgyat, az E2 jelzésű feladatokat pedig azok, akik már felvették az Egyváltozós analízis 2-t.

Megoldást akkor is érdemes beadni, ha valaki nem tudja megoldani az összes feladatot, esetleg csak részfeladatokat tud megoldani.

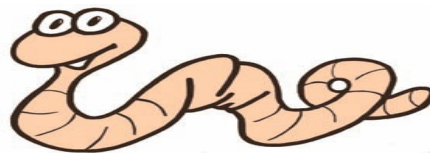
A verseny egyéni, mindenkitől önálló munkát várunk.

1. **B2, E2** Fel lehet-e osztani egy négyzetet 3, 6, 10, 11, illetve 2015 darab, nem feltétlenül azonos oldalhosszúságú négyzetre?

Pontversenyen kívüli feladat:

Adjuk meg az összes olyan pozitív egész n számot, amelyre egy négyzetet fel lehet osztani n darab, nem feltétlenül azonos oldalhosszúságú négyzetre!

2. **B2** Adjunk meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amelyre teljesül, hogy minden x valós szám esetén $2f(x) - f(2x) = 5$. Hány megoldása van a feladatnak? Van-e olyan megoldás, amelyre $f(5) = 20$ és $f(\sqrt{2}) = 7$?
3. **B2** Vannak-e olyan a, b egész számok, amelyekre $a + b\sqrt{2} = \sqrt{3}$? Vannak-e olyan a, b egész számok, amelyekre $0 < a + b\sqrt{2} < 0,01$? Ha igen, adjunk meg ilyen számokat! Ha nincsenek, akkor bizonyítsuk be, hogy nincsenek!
4. **B2** Van-e olyan x valós szám, amelyre $\{x\} + \{1/x\} = 1$? Hány ilyen szám van? Mennyi lehet ekkor $\{x^2\} + \{1/x^2\}$?
5. **E2** Adjunk meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amelyre teljesül, hogy minden x valós szám esetén $(f(x))^2 = \sqrt{2} \cdot f(2x)$. Hány megoldása van a feladatnak? Van-e olyan megoldás, amelyre $f(2) = \sqrt{2} \cdot 2^2$ és $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$?
6. **E2** Adjunk meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ folytonos függvényt, amelyre teljesül, hogy minden x, y valós szám esetén $f(x + y) = f(x) + f(y)$, továbbá $f(1) = 1$. Hány megoldása van a feladatnak?
7. **E2** Gilisza Gerzson, az óriásgilisza, éjjelente egy 1 méter hosszú, henger alakú csőben alszik. A cső két végét éjjelre lezárja, és este mindig úgy fekszik le, hogy pont végigér a csőben. A cső átmérője éppen akkora, hogy a gilisza elfér benne, oldalra tekergőzni már nem tud. Összesen annyit tehet, hogy egyenes vonalban összehúzza magát, ha fázik, és kinyújtózik, ha melege van, persze csak addig, ameddig az 1 méter hosszú cső engedi. Bizonyítsuk be, hogy bárhogyan is mozgolódik éjjel, minden esetben lesz a gilisztának olyan pontja, amelyik ugyanott ébred reggel, ahol este lefeküdt, feltéve, hogy Gerzson túléli az éjszakát!



Jó munkát!

Beadási határidő: március 3., 24:00.

A megoldások beadhatók az előadóknak, a gyakorlatvezetőknek vagy Besenyei Ádámnak vagy Gémes Margitnak. A megoldások beadhatók A4-es lapokon kézzel írva úgy, hogy minden feladat megoldása külön lapon van, vagy elküldhetők email-en pdf formátumban. A B2-es megoldásokat Besenyei Ádámnak, az E2-es megoldásokat Gémes Margitnak küldjék.