

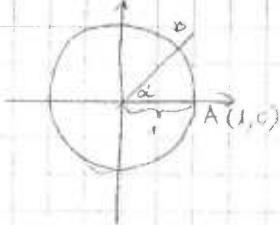
$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}, \text{ ha } a, b > 0, a \neq 1, b \neq 1 \text{ és } x > 0$$

(termék két log. fu. konstans szorzóban ír el egymástól)

has: hasonlóan, mint előző azonosságot

Trigonometrikus függvények

Has: szükséges ismételtes precíz bevezetése



α szög ismeretében az AB ív hossza

? ez mi? - nem trivi

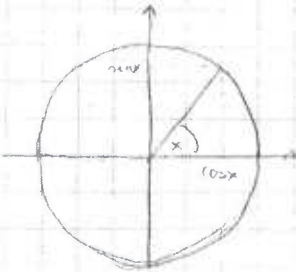
illet. torthozonallal közelítjük

az osztópontot nevelésével a beírt torthozonál hossza n^o

közvetlen a beírt torthozonálak hosszának összegének legyen az ív hossza

π valójában az egység sugarú félkörív ívhossza

Ezt után sin, cos bevezetése.



x hosszú ív felmért az (1,0) pontból az egységkörre, így

kapjuk a B pontot az egységkörvonalon, ennek koordinátái (cos x, sin x)

Mindent használhatunk, amit középiskolában tanultunk.

Differenciálszámítás

bevezetés: az x pontbeli hirtöréskalkulus-fu. (differenciálkalkulus-fu.)

1) Def.: legyen a ∈ ℝ, f az „a” egy környezetében értelmezve. Az f differenciálható (deriválható) az „a”

ponthoz, ha ∃ lim_{x→a} $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ és véges, ezt az f deriváltjának nevezzük a-ban, jelölés f'(a). **más szóval: differenciálkalkulus**

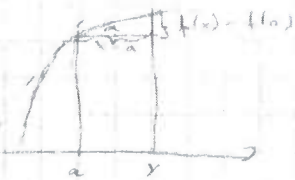
(alternatív jelölés $\frac{df}{dx}(a)$, $\frac{df}{dx} \Big|_{x=a}$)

egyéb jelölés
pl. $\delta f_x, a=0$
a környezet \exists ,
de nem véges

Motiváció: (1) sebesség $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t}$

(2) görbe érintője f'(a) az érintő meredeksége

$$\text{így } d = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$



Def.: legyen f differenciálható a-ban. Az f grafikonjának érintője az (a, f(a)) pontban

az $y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$ egyenletű egyenes (mert az átmenet (a, f(a))-n a meredeksége f'(a))

alternatív jelölés (máskor hasznos) $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (h = x - a - + hasznalom)

Példák

$$f(x) = c \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0 \quad \dots \quad \exists \lim \Rightarrow f'(a) = 0 \quad \forall a$$

$$f(x) = x \quad \forall a \in \mathbb{R} \quad \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{x - a}{x - a} = 1 \quad \dots \quad \exists \lim \Rightarrow f'(a) = 1 \quad \forall a$$

$$f(x) = x^2 \quad \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \frac{(x - a)(x + a)}{x - a} = x + a \quad \dots \quad \exists \lim_{x \rightarrow a} (x + a) = 2a$$

$$f(x) = x^n \quad \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{x^n - a^n}{x - a} = x^{n-1} + a x^{n-2} + \dots + a^{n-1}$$

útlétezés: $x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + a x^{n-2} + \dots + a^{n-1})$

is $\exists \lim_{x \rightarrow a} (x^{n-1} + a x^{n-2} + \dots + a^{n-1}) = n \cdot a^{n-1}$

$\Rightarrow f'(a) = n \cdot a^{n-1}$

ha f folyt. a-ban akkor $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$f(x) = \sqrt{x} \quad \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} = \frac{-1}{\sqrt{x} + \sqrt{a}}$

ld. gyűj. $\frac{1}{2a}$, ha $a > 0$

$f(x) = |x| \quad \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \frac{|x| - |a|}{x - a}$

ha $a > 0 \Rightarrow x > a \Rightarrow \frac{x - a}{x - a} = 1 \Rightarrow \exists \lim = 1 \Rightarrow f'(a) = 1$
 ha $a < 0 \Rightarrow x < a \Rightarrow \frac{-x + a}{x - a} = -1 \Rightarrow \exists \lim = -1 \Rightarrow f'(a) = -1$
 ha $a = 0 \Rightarrow \frac{|x|}{x}$ nem $\exists \lim$, így nincs $f'(0)$

Nem deriválható f az $a \in \mathbb{R}$ pontban, ha a f lokális szélsőértékének a pontján tartozik meg.

Tétel: Ha f differenciálható a -ban \Rightarrow folytonos a -ban

Biz: $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot (x - a) \right) = f'(a) \cdot 0 = 0$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \Leftrightarrow f$ folyt. a -ban

Meg: f folyt. \Rightarrow f differenciálható. Nem pl. $f(x) = |x|, a = 0$

Nem olyan folyt. az, amely egyetlen pontban sem differenciálható

Tétel: f differenciálható a -ban $\Leftrightarrow \exists d \in \mathbb{R}$ és r fo, hogy $f(x) = f(a) + d(x - a) + r(x - a)$

is $\lim_{x \rightarrow a} r(x) = 0$, itt $d = f'(a)$

Biz \Rightarrow legyen $d = f'(a)$ és $r(x) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} - f'(a)$

$\lim_{x \rightarrow a} r(x) = f'(a) - f'(a) = 0$

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} (d + r(x)) = d \Rightarrow$ deriválható a -ban és $f'(a) = d$

lineáris fo. maradéktag
 jelölése: f az a pont környezetében olyan jól közelíthető egy lineáris fo.-val, hogy a maradéktag $(x - a)$ -val leontva $\in o$ -kor tart.

Derivált lokális értelmezése mi a f' ?

Def: Legyen $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum. Legyen $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható I -n minden pontban. Ekkor f deriváltja f' az az $f': I \rightarrow \mathbb{R}$ fo, amire $f'(x) = f'(x)$.

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Például $f(x) = x^2 \quad x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = 2x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

(17)

keressük az intervallumot I ahol f zárt intervallumon van:

Mint láthatjuk ezt meg: f egy a környékében van, ahol f differenciálható és elég közel

Def. legyen $I = [a, b]$ zárt intervallum $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, f jobbról differenciálható a -ban, ha

$\exists \lim_{x \rightarrow a+0} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ és ekkor f jobbról differenciálható a -ban. $f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a+0} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Def. bal oldali derivált b -ben

$f'_-(b) = \lim_{x \rightarrow b-0} \frac{f(x) - f(b)}{x - b}$

Def. legyen $I \subset \mathbb{R}$ zárt intervallum $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható belül (a, b) nyíltban és balvégepontban jobbról, jobbvégepontban balról differenciálható. Ekkor f -et az I -n differenciálhatónak nevezzük. f derivált $f': I \rightarrow \mathbb{R}$

Elemi függvények deriváltsága és deriválási szabályok

hatványok $f(x) = x^n \quad n \in \mathbb{N} \Rightarrow f'(x) = n x^{n-1}$
 továbbá $f(x) = x^a \quad a = \frac{1}{2}, a = -1$ egyenlő f'

$x = \frac{1}{2}$ előbb volt
 $x = -1 \quad \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x - a} = -\frac{1}{x^2 a^2} \xrightarrow{x \rightarrow a} -\frac{1}{a^3}$

Trigonometria függvények

\sin deriváltja $a = 0$ -ban $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

ez abból jön ki.

$x < 0$
 $\cos x \leq \frac{\sin x}{x} \leq 1$
 mert $x > 0$ esetén, mert x -ben páros minden oldal

Rendelő: elv $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\frac{\sin x}{x} > x$, mert $\tan x > x$ vagy

Fontos lemezek

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ez geometria
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

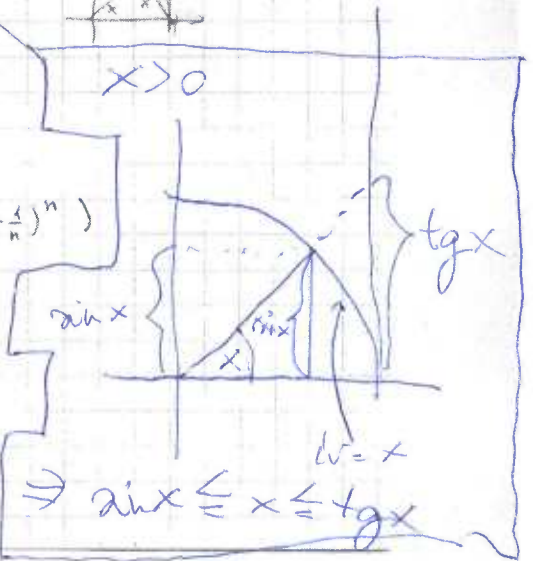
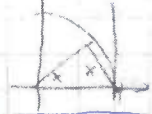
Ha a 2. és 3. lemezt összevesszük a def. yim $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$

2. e-ről tudjuk ezt is $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e^b$

$b = 1$ -re alkalmaztuk is viszont az \ln -jt

$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \ln(1 + \frac{1}{x})^x = 1$

kompozíciók kor limit
 hiba f -re (log) fűt.
 és belsőnél van
 limese



$y = \frac{1}{x}$ helyettesítés

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \ln(1+y)^{\frac{1}{y}} = 1$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{y} \ln(1+y) = 1$$

kompozíció fr. limiten

$$\begin{matrix} x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow 0^- \end{matrix}$$

(melyik a $2 \cdot 10^0$ és melyik a 10^2 ?)

3. levezetés

$$\ln(1+x) =: z \Leftrightarrow x = e^z - 1$$

$$1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{e^z - 1} \stackrel{\text{reciproc}}{\Rightarrow} \lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^z - 1}{z} = 1$$

Ezzel használom a deriváltat levezetésem

Áll. Az $f(x) = e^x$ fr. diff-ható \forall pontban és $f'(x) = e^x$

(Kompozíció másképp is.)

$$\text{Biz.: } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} e^x \cdot \frac{e^h - 1}{h} = e^x \cdot 1 = e^x$$

Áll. Az $f(x) = \ln x$ fr. differenciálható \forall pontban ($x > 0$) és $f'(x) = \frac{1}{x} \forall x > 0$.

$$\begin{aligned} \text{Biz.: } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \ln\left(\frac{x+h}{x}\right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{\ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)}{\frac{h}{x}} = \frac{1}{x} \cdot 1 = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

+ átváltás fr. limiten (melyik a 10^2 és melyik a $2 \cdot 10^0$?)

Áll. Az \sin és \cos fr. \forall pontban deriválható és $\sin' = \cos$ és $\cos' = -\sin$

$$\begin{aligned} \text{Biz.: } \sin'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos h + \cos x \sin h - \sin x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\sin x \cdot \frac{\cos h - 1}{h} + \cos x \cdot \frac{\sin h}{h} \right) = \cos x \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos^2 h - 1}{h(\cos h + 1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 h}{h(\cos h + 1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\sin h}{h} \cdot \frac{-\sin h}{\cos h + 1} \right) = 1 \cdot 0 = 0$$

$\cos'(x)$ HF

bevezetés!

$$\begin{aligned} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} &= \frac{\cos x \cos h - \sin x \sin h - \cos x}{h} \\ &= \cos x \frac{\cos h - 1}{h} - \sin x \frac{\sin h}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} -\sin x \end{aligned}$$

Tétel: Legyen f és g deriválható a -ban és legyen $c \in \mathbb{R}$ állandó. Ekkor $c \cdot f, f+g, f \cdot g$ is

$\frac{f}{g}$ (ha $g(x) \neq 0$) is deriválható a -ban és $(c \cdot f)'(a) = c \cdot f'(a), (f+g)'(a) = f'(a) + g'(a),$
 $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a), \left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{g^2(a)}$

Biz. $\cdot F(x) = c \cdot f(x)$

$c \cdot f$ eset: $\frac{F(x) - F(a)}{x-a} = \frac{c \cdot f(x) - c \cdot f(a)}{x-a} = c \cdot \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \rightarrow c \cdot f'(a), \text{ ha } x \rightarrow a$

$\cdot f+g$ eset, legyen $F(x) = f(x) + g(x)$

$\Rightarrow \frac{F(x) - F(a)}{x-a} = \frac{f(x) + g(x) - (f(a) + g(a))}{x-a} = \frac{f(x) - f(a)}{x-a} + \frac{g(x) - g(a)}{x-a} \xrightarrow{\text{ha } x \rightarrow a} f'(a) + g'(a)$

$\cdot f \cdot g$ eset, legyen $F(x) = f(x) \cdot g(x)$

$\Rightarrow \frac{F(x) - F(a)}{x-a} = \frac{f(x)g(x) - f(a)g(a)}{x-a} = \frac{f(x)g(x) - f(a)g(x) + f(a)g(x) - f(a)g(a)}{x-a} =$
 $= \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \cdot g(x) + f(a) \cdot \frac{g(x) - g(a)}{x-a} \xrightarrow{\text{ha } x \rightarrow a} f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$

$\Rightarrow F'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$

$\cdot \frac{f}{g}$ eset, legyen $F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$\Rightarrow \frac{F(x) - F(a)}{x-a} = \frac{\frac{f(x)}{g(x)} - \frac{f(a)}{g(a)}}{x-a} = \frac{1}{g(x)g(a)} \cdot \frac{f(x)g(a) - f(a)g(x)}{x-a} =$
 $= \frac{1}{g(x)g(a)} \cdot \frac{f(x)g(a) - f(a)g(a) + f(a)g(a) - f(a)g(x)}{x-a} =$

$= \frac{1}{g(x)g(a)} \left(\frac{f(x)g(a) - f(a)g(a)}{x-a} - \frac{f(a)g(x) - f(a)g(a)}{x-a} \right) =$

$= \frac{1}{g(x)g(a)} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a} \cdot g(a) - \frac{g(x) - g(a)}{x-a} \cdot f(a) \right) \xrightarrow{\text{ha } x \rightarrow a} \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{g^2(a)}$

$g(a), \text{ mert } g \text{ folyt. és } \leftarrow g \text{ diffható } a\text{-ban}$

$\Rightarrow F'(x) = \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{g^2(a)}$

lineák és érintővonalak

$\Rightarrow g$ diffható a -ban

$\leftarrow g$ diffható a -ban

Tétel (Kompozíció levezetése) $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

Legyen g deriválható a -ban és f deriválható $g(a)$ -ban. Ekkor $f \circ g$ is deriválható a -ban és

$(f \circ g)'(a) = f'(g(a)) \cdot g'(a),$

Biz. legyen $h = f \circ g$ $\frac{h(x) - h(a)}{x-a} = \frac{f(g(x)) - f(g(a))}{x-a} = \frac{f(g(x)) - f(g(a))}{g(x) - g(a)} \cdot \frac{g(x) - g(a)}{x-a} \rightarrow$
 $f'(g(a)) \cdot g'(a), \text{ ha } x \rightarrow a$

önreflexív fu. lineák hálójára
 (helyes a felvétel és helyes a helyes?)

Ha $g(x)$ közel $g(a)$ közel is \Rightarrow mi van?

degyen $F(t) = \frac{f(t) - f(g(a))}{t - g(a)}$, ha $t \neq g(a)$ is

$F(g(a)) = f'(g(a))$, ha $t = g(a)$

F folyt. $g(a)$ -ban, lineár
 f diff. $g(a)$ -ban

akkor $\frac{h(x) - h(a)}{x - a} = F(g(x)) \cdot \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ ezt most igazolom

ezt most 1. $g(x) \neq g(a) \Rightarrow F(g(x)) = \frac{f(g(x)) - f(g(a))}{g(x) - g(a)}$ ittor első helyett.

$\Rightarrow \frac{h(x) - h(a)}{x - a} = F(g(x)) \cdot \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$

ismert f -ből adódik
 F diff. $g(a)$ -ban, g diff. a -ban

2. $g(x) = g(a) \Rightarrow$ azit egyenlőt (amit igazolunk), mint mindkettő 0.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{h(x) - h(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} F(g(x)) \cdot \frac{g(x) - g(a)}{x - a} = f'(g(a)) \cdot g'(a)$

Példák és egyben elemi f -ek deriváltjai

1. $\tan(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$ deriváltja: $\tan'(x) = \frac{\sin'(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot \cos'(x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x - (-\sin^2 x)}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$

2. $\cot(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ deriváltja: $\cot'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$

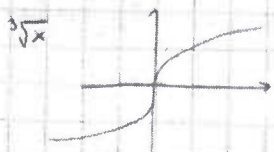
3. $x^d = e^{d \ln x} = e^{d \ln x}$

$f(x) = x^d \Rightarrow f'(x) = e^{d \ln x} \cdot d \cdot \frac{1}{x} = x^d \cdot d \cdot \frac{1}{x} = d \cdot x^{d-1}$
szokott f -t.

Összefoglaló: $x=0$ -ban van, ha $d < 1$

Pé: \sqrt{x} a 0 -ban nem deriválható gottól

A környéken derivált \Rightarrow az fogalmazás benne van \Leftrightarrow az intő függvényes



0 -ban a deriváltja az

Nem differenciálható 0 -ban!

fontos megj: $a > 0, a \neq 1$
 $(a^x)' = (e^{x \log a})' = \log a \cdot e^{x \log a}$
 $(\log a^x)' = (\log x)' = \frac{1}{\log a} = \frac{1}{\log a} \cdot \frac{1}{x}$

tervezet vizsgálódni vagy g' g'at

Inverz f -ek differenciálhatósága

degyen $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ szigorúan monoton (tehát injektív) és $\exists f^{-1}$

Olcó: $f(f^{-1}(x)) = x$ ha tudnánk, hogy f^{-1} differenciálható

$f'(f^{-1}(x)) \cdot (f^{-1})'(x) = 1 \Rightarrow (f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

szóval $(f^{-1})'$ létezéséért

$\frac{\sqrt[3]{x^3 - 3} - \sqrt[3]{3}}{x - 0} \Big|_{x \rightarrow 0} = \frac{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{3}}{x} \rightarrow +\infty$
revers $\rightarrow 0+0$

Tétel: legyen az $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ szög mon. és folytonos. Ha f differenciálható egy $c \in (a, b)$ pontban és $f'(c) \neq 0$

$\Rightarrow f^{-1}$ differenciálható az $f(c)$ pontban és $(f^{-1})'(f(c)) = \frac{1}{f'(c)}$

Besz. felolc $f = f^{-1}$ - ennek kell a deriválhatósága

(19)

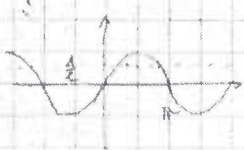
Nevezet ezt:
$$\frac{f(y) - f(f(c))}{fy - f(c)} = \frac{f(y) - c}{\underbrace{f(f(y)) - f(c)}_y} = \frac{1}{\frac{f(f(y)) - f(c)}{f(y) - c}} \xrightarrow{fy \rightarrow f(c)} \frac{1}{f'(c)}$$

az azért k. l. m. sz.,
 $f(fy) \neq c$ az $f(c)$ egy rögzített kért. értéke

Például: arc sin deriválga

$\sin \left| \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right.$ szigorúan növekvő, tehát injektív, ezért van inverze

Inverzmetrikus függvények inverze



ez nem injektív, kivétel: $\sin x = \frac{1}{2}$ $x = ?$

onkinyesen azt az x -t választom, amire $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$

lehetem a többi is, amit van indoklásom erre k. l. m. sz. megfordítás

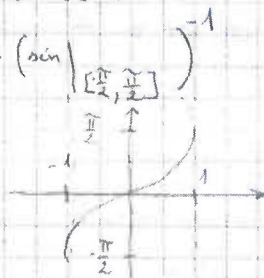
Def: legyen $f: A \rightarrow B$ k. (átírni), legyen $C \subset A$ egy részhalmaza. $f|_C: C \rightarrow B$ az a k., ami a C halmazon van értelmezve és ott meggyezik f -fel $f|_C(x) = f(x)$, ha $x \in C$. Ezt nevezzük f k. l. m. sz. a C halmazon

terve a sz. k. hoz

egyid: arcos (arcsin) inverze

Def: $\sin \left| \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right.$ szigorúan növekvő, tehát injektív, ezért van inverze
 Def: $\sin \left| \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right.$ k. inverz arc sin k. -nek nevezzük, $\arcsin = \left(\sin \left| \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \right. \right)^{-1}$

$\arcsin [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$. Grafikon: tükrözés $y = x$ -re



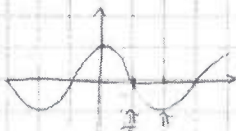
pl.: $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$, mert $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

HF: $\arcsin 1 = ?$, $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = ?$, $\arcsin \frac{1}{2} = ?$

$\arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} = ?$

gondolj el végig! mi van kezdés?
 $\arcsin(\arcsin 1) = ?$
 $\arcsin(\sin 3\pi) = ?$

Koszinusz k.



ez koszinusz k. sz. függő $[0, \pi]$ -n, tehát ott injektív (önképezés)

Def: $\cos \left| \left[0, \pi \right] \right.$ k. inverz arc cos k. -nek nevezzük $\arccos = \left(\cos \left| \left[0, \pi \right] \right. \right)^{-1}$,
 $\arccos [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$