

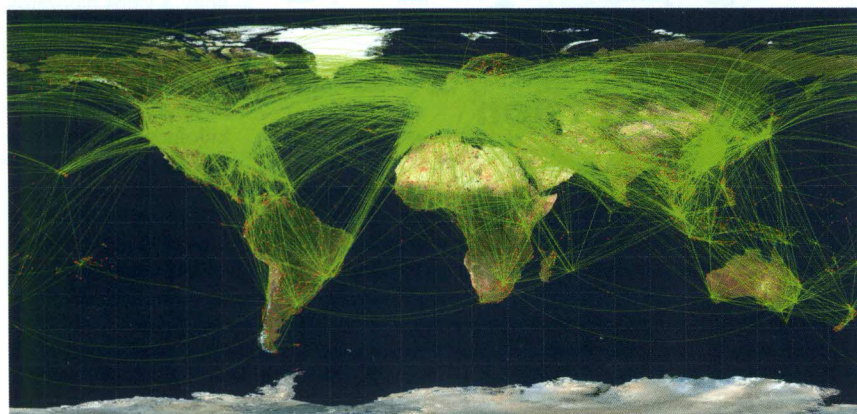
BESENYEI ÁDÁM–BODÓ ÁGNES

Hálózatok, járványok és a változás egyenletei

A komplex hálózatok vagy rendszerek vizsgálata napjaink egyik jelentős és rendkívül aktív kutatási területe a matematikától kezdve az informatikán, szociológián és biológián át a statisztikus fizikáig. Nagy hálózatokkal a minket körülvevő világban lépten-nyomon találkozhatunk, gondoljunk csak az elektromos vezetékek vagy a közúti közlekedés kiterjedt hálózatára, vagy akár az internetre és az emberi agyra, amelyek mind a komplex hálózatok, elmélet és alkalmazás szempontjából egyaránt fontos megjelenési formái (1–3. ábra). Hálózatokon időben változó folyamatokkal, röviden hálózati folyamatokkal modellezhető többek között egy populáción belüli fertőzés, például az influenza terjedésének lefolyása, amelynek során egyedek beteggé válnak és meggyógyulnak. A hírek vagy még inkább híresztelések, álhírek, pletykák terjesztése a manapság oly népszerű közösségi hálókön ugyancsak hálózati folyamatnak tekinthető ugyanúgy, mint amikor neurális hálózatokon egy neuron aktív állapotba kerül. Biológusok, vegyészek, informatikusok, társadalomtudósok mind érdeklődéssel tanulmányozzák e jelenségeket, és hasonló modelleket dolgoznak ki a vírusok, a tudás, a pletyka, a gének és az eszmék terjedésének leírására.

Komplex hálózatok matematikai leírása: a gráfok

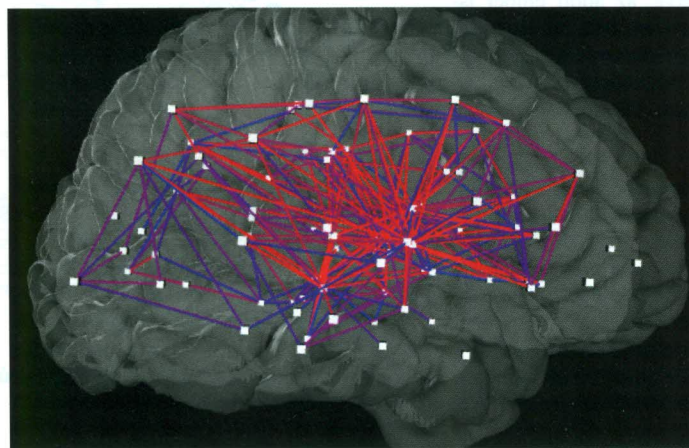
Egy hálózatot – legyen az akár az iménti példák bármelyike – matematikailag egy gráf segítségével írhatunk le, amelynek fogalmával már középiskolai tanulmányaink során is találkozhatunk: egy gráf csúcsokból és azokat összekötő élekből áll. A járványterjedés esetében például a gráf csúcsai a populáció egyedeinek, az egyes embereknek felelnek meg, az élek pedig a közöttük lévő kapcsolatokat jelentik. Két csúcs akkor van összekötve éllel, más szóval akkor szomszédosak, ha a nekik megfelelő két személy ismeri egymást (az ismeretség kölcsönös), vagy a járványterjedésének szempontjából nézve valamilyen kapcsolat van köztük, például minden reggel ugyanazon a buszon utaznak. A gráfok szerkezetének, struktúrájának, mennyiségi és mi-



1. ábra. Repülési útvonalak hálózata. A gráf 3237 csúcsot tartalmaz és 18 000 éle van, ahol a csúcsok a repülőtereknek, az élek pedig a repülési útvonalaknak felelnek meg (Forrás: [10])

nőségi tulajdonságainak vizsgálatával foglalkozik a gráfelmélet, amelynek kialakulásában jelentős szerepet töltek be magyar matematikusok. Az első gráfelméleti könyvet például

gráfelmélet napjainkban továbbra is a magyar matematika egyik kiemelkedő és meghatározó kutatási területe, melyet Lovász László és az általa megteremtett iskola fémjeléz.



2. ábra. Agyi idegsejtek hálózata. A gráf csúcsai az agyi szürkeállomány 1015 anatómiai tartományra való felosztásának felelnek meg, két csúcs között akkor van él, ha az MRI kapcsolatot mért közöttük (Forrás: [11])

König Dénes írta 1936-ban, de mindenképpen meg kell említeni Erdős Pált, aki zseniális problémafelvetőként nagyban hozzájárult a matematika ezen ágának fejlődéséhez. A

ti, hogy egy fertőzött emberről idővel (elméletileg) bármely másik emberre továbbterjedhet a betegség. Bizonyos kapcsolatokat ideiglenesen felfüggesztve ter-

A gráfokat számszerűen és minőségileg jellemző tulajdonságok nemcsak az elméleti kutatások, hanem a hálózati alkalmazások szempontjából is kulcsfontosságúak. Ha például egy gráf összefüggő, azaz bármely csúcsból bármely másikba eljuthatunk éleken keresztül, akkor ez a járványterjedés nyelvére lefordítva azt jelen-

