

# Többszörös analízis 1. gyakorlat

Osztatlan matematikatanár szak 8. félév, 2017. ősz

Besenyei Ádám csoportjának emlékeztetői. A többi csoportban a feladatok, házik sorrendje eltérhet!

## 1. gyakorlat (szeptember 11.)

- Improprius integrálok konvergenciája: 5.223–238.
- Közben megbeszéltük: fontosabb függvények primitív függvényei (hatvány, exp, trigo), integrálási szabályok ( $\int f(ax + b)$ ,  $\int f^\alpha \cdot f$ ,  $\int f'/f$ , parciális),  $x \log x$  határértéke a  $0 + 0$ -ban.
- HF: ami kimaradt az órán a feladatok közül.

## 2. gyakorlat (szeptember 18.)

- HF megbeszélés: 5.233, 235, 236, 237 (impropius integrál konvergenciája).
- Két külön feladat:
  - (1) Igazoljuk, hogy ha  $\int_0^1 f$  és  $\int_0^1 g$  konvergensek, akkor  $\int_0^1 (f + g)$  is konvergens.
  - (2) Mi a logikai kapcsolat a  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  függvényhatárérték és az  $\int_1^\infty f$  impropius integrál konvergenciája között?
- Majorizációs/minorizációs elv: az abszolútérték nem hagyható el
- Improprius integrál konvergenciája: 5.239 (megbeszélve),  $\int_1^\infty 1/(\sqrt{x} + 1) dx$  (megbeszélve), 240 (megbeszélve), 242, 244 (megbeszélve), 254, 241, 247.
- HF: ami nem lett megbeszélve

## 3. gyakorlat (szeptember 25.)

- röpZH
- HF megbeszélés: előző órai (2): ellenpélda, FGY 241 (kiszámolva, miért nem megy majorizáció?), 247 (( $\sin x \leq x$  becsléssel és  $\sin x/x \rightarrow 1$  limesszel is)
- integrálkritérium:  $\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n \log n}$ ,  $\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n \log^2 n}$
- konvergenciahalmaz: 7.45, 49, 50, 52 (kétféleképpen megbeszélve: 45)
- összegfüggvény: 7.70, 71, 72, 75
- HF: ami nem lett megbeszélve

## 4. gyakorlat (október 2.)

- röpZH
- HF megbeszélés: 7.70, 71, 72, 75 (összegfüggvény)
- 7.116, 117 (sokadik derivált)
- HF: 7.106–110 (elmélet), 118 (sokadik derivált), 125.

## 5. gyakorlat (október 9.)

- röpZH és megbeszélése
- HF megbeszélés: FGY 7.106–110.
- $B(a, r)$  felírása abszolútérték nélkül;  $(\sin n\pi, \cos n\pi)$  konvergencia-e?  $(\cos n, \sin n)$  tarthat-e  $(0, 0)$ -hoz? határérték és műveletek (összeg, skalárszoros, skalárszorzat) kapcsolata;  $a_n \rightarrow a$  és  $|a_n| \rightarrow |a|$  kapcsolata?

## 6. gyakorlat (október 16.)

- 1. ZH

## 7. gyakorlat (november 6.)

- ZH megbeszélése
- FGY 8.6, 7, 10, 17, 25 26.
- $A = \{1, 1/2, 1/3, \dots\}$  halmaz belső, külső, határpontjai, torlódási pontjai, nyíltsága, zárttsága;  $B = A \cup \{0\}$  halmazra ugyanez; lehet-e végtelen sok nyílt halmaz metszete nem nyílt? lehet-e végtelen sok zárt halmaz uniója nem zárt? igazoljuk, hogy tetszőleges halmaz belseje és külseje nyílt, határa zárt.

## 8. gyakorlat (november 13.)

- HF megbeszélés:  $A = \{1, 1/2, 1/3, \dots\}$  halmaz belső, külső, határpontjai, torlódási pontjai, nyíltsága, zárttsága;  $B = A \cup \{0\}$  halmazra ugyanez
- szintvonalak: FGY 8.43, 45, 47, 49 (megbeszélve: 43, 45)
- függvényhatárérték és folytonosság: FGY 68, 76, 79, 83, 81 (megbeszélve: 76)

## 9. gyakorlat (november 20.)

- HF megbeszélés: 81,  $x^2 - y^2$  szintvonalai
- parciális deriválás: 8.88, 93, 96, 102 (megbeszélve)
- logika és parciális derivált: 103 (megbeszélve), 104
- szélsőérték-feladatok:  $xy(1 - x^2 - y^2)$  a zárt egységkörlapon, 157,  $\sin x \sin y \sin z$  legnagyobb értéke, ha  $x, y, z$  egy háromszög szögei.

## 10. gyakorlat (november 27.)

- HF megbeszélés: 104,  $\sin x \sin y \sin z$  maximuma, ha  $x, y, z$  egy háromszög szögei.
- differenciálható-e:  $x + 2y$  a  $(2, 1)$ -ben;  $\sqrt{x^2 + y^2}$  az origóban;  $xy/(x^2 + 2y^2)$  az origóban (ha ott 0 az értéke);  $x^2y/(x^2 + y^2)$  az origóban (ha ott 0 az értéke);  $x^2 \sin(1/x)$  (ha 0 az  $x \neq 0$  pontokban);
- érintősík: FGY 131, 132

## 11. gyakorlat (december 4.)

- HF megbeszélés: differenciálható-e  $x^2y/(x^2 + y^2)$  az origóban (ha ott 0 az értéke);  $x^2 \sin(1/x)$  (ha 0 az  $x \neq 0$  pontokban); folytonos-e  $x^2y/(x^4 + y^2)$  az origóban (ha ott 0 az értéke)
- iránymenti derivált: FGY 110, 114, 116, 120, 125, 107.
- Young-tétel, „primitív függvény”: 129, 130.

## 12. gyakorlat (december 11.)

- ZH: Északi 0.79-es terem
- Konzultáció: dec. 8. péntek 14:00, D. 0-820-as terem