

Kalandozás a nevezetes egyenlőtlenségek világában

Speciál előadás matematikatanár szakosok számára

A kurzus oktatója: Besenyei Ádám, Alkalmazott Analízis Tanszék, badam@cs.elte.hu

A kurzus óraszám, kreditértéke, kódja: heti 2 óra, 2 kredit, egyenl1k0tm17em

Mi a kurzus témája? Nevezetes elemi egyenlőtlenségek. Középiskolai tanulmányai során szinte mindenki találkozik a nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségekkel, ám az elemi egyenlőtlenségek világa ennél jóval gazdagabb és színesebb, a szebbnél szebb egyenlőtlenségek tárháza szinte kifogyhatatlan. Számos alkalmazásban és középiskolai feladatokban is gyakran felbukkannak egyenlőtlenségek.

Mi a kurzus célja? Középiskolai feladatokon keresztül rövid ízelítőt kívánunk nyújtani a nevezetes egyenlőtlenségek izgalmas és lebilincselő világából. Megismerkedünk néhány egyszerű, de mégis számtalanszor hatékonyan alkalmazható egyenlőtlenséggel, a közöttük lévő szerteágazó kapcsolatokkal, különféle bizonyítási módszerekkel, emellett pedig az érdekes matematikatörténeti vonatkozásokra is kitérünk. Célunk egyrészt a problémamegoldó-képesség fejlesztése, másrészt annak bemutatása, hogy az egyetemen elsajátított tudás hogyan válhat hasznunkra a középiskolai feladatok megoldása során.

Kiknek ajánlott a kurzus? A kurzus tárgyalásmódja kifejezetten a tanárszakosok igényeihez illeszkedik. Az előkerülő feladatok középiskolai tankönyvekből, versenyekről (Arany Dániel, OKTV), emelt szintű érettségi gyakorló feladatsorokból származnak. Könnyűek és gondolkodtatóbbak egyaránt akadnak majd közöttük, hogy mindenki megtalálja a számára megfelelő nehézségűt. Lesz olyan feladat, amelyre ötnél több különböző megoldást mutatunk. Az anyag remélhetőleg később a középiskolai tanórán, szakkörön vagy akár szélesebb körben való népszerűsítésben is a leendő tanárok hasznára válhat.

Milyen előismeretre van szükség? A kurzus anyagának megértéséhez lényegében csak az emelt szintű középiskolai matematikára van szükség, de nem árt az egyváltozós differenciál- és integrálszámítás (leginkább gyakorlati) elemeinek ismerete és egy kis nyitottság a problémamegoldás iránt.

Miről lesz szó? A sorra kerülő egyenlőtlenségek a hallgatók érdeklődésétől függenek majd. Ízelítőül néhány a lehetséges témakörök közül: rendezési egyenlőtlenség, nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek, Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség, Nesbitt-egyenlőtlenség, háromszög-egyenlőtlenség, Abel-egyenlőtlenség, Milne-egyenlőtlenség, különféle szélsőérték-feladatok.

Mi a számonkérés módja? C típusú kollokvium. Elvárás az órákon való részvétel, jegyet szerezni házi feladatok megoldásával vagy kiselőadás tartásával lehet (például egy szabadon választott feladat minél többféle megoldásának bemutatásával).

Kedvcsináló feladatok.

- Egy fiókban 10 forintos, egy másikban 20 forintos, egy harmadikban 50 forintos, egy negyedikben pedig 100 forintos érmék vannak. A fiókokból kivehetünk érméket úgy, hogy az egyes fiókokból kivett érmék száma 3, 4, 5, 6, de ránk van bízva, milyen sorrendben. Melyik fiókból mennyi érmét vegyünk ki, hogy a kivett érmék összértéke a lehető legnagyobb legyen? (Szűcs Adolf, 1935)
- Tegyük fel, hogy Anti bélyeggyűjteményében bármely megadott értéknél drágább bélyegből legfeljebb kétszer annyi van, mint Bandi gyűjteményében. Bizonyítsuk be, hogy Anti gyűjteménye legfeljebb kétszer értékesebb, mint Bandié! (Arany Dániel Matematikaverseny, 10. évfolyam)
- Az egyenlő felszínű egyenes körkúpok között melyiknek a legnagyobb a térfogata? (Sokszínű matematika tankönyv, 12. évfolyam)

További olvasnivaló.

- Besenyei Ádám: A Milne-egyenlőtlenség és társai, avagy ellenállások álruhában (KöMaL, 2015) <http://abesenyei.web.elte.hu/publications/ellenallas.pdf>
- Besenyei Ádám: Séta a havon – az ezerarcú feladat (KöMaL, 2016) <http://abesenyei.web.elte.hu/publications/homezo.pdf>