

# Egyváltozós analízis 2. vizsgatematika

Osztatlan matematikatanár szak, 2016. tavasz

**Tudnivalók a vizsgáról.** A vizsgákra a Neptunban kell jelentkezni, enélkül nem lehet vizsgázni. A vizsga előtti napon emailben küldök vizsgabeosztást. Kényelmes ruhában gyertek, nem kell kiöltözni. Konzultáció a vizsgák előtti (munka)napokon lehetséges, de két nappal a vizsga előtt kérem, hogy jelezzétek emailben az igényt. Emellett emailben szívesen válaszolok kérdésekre, tessék nyugodtan írni bármilyen probléma esetén.

A vizsgán ezen a tematikán kívül semmilyen segédeszköz nem használható, üres lap viszont legyen mindenkinél. A vizsga megkezdésekor mindenki egy feladatot és két tételt húz (amelyek a tételsor három különböző részét fedik le), majd 1 óra felkészülési időt kap. Az elégséges jegy feltétele a **feladat megoldása** (esetleg kis segítséggel), a **definíciók és tételek pontos kimondása és értése** (ezt egyszerű kérdésekkel konkrét példákon könnyű tesztelni), a **bizonyítások alapgondolatának ismerete**, továbbá a **húzottaktól eltérő tételekből szűrőpróbaszerűen feltett kérdésekre való helyes válaszadás** (e kérdések is definíciók, tételek, ellenpéldák ismeretét és értését ellenőrzik). A gyakorlatokon megszerzett tudást és a logikus gondolkodás képességét a vizsgán se felejtjük el!

## Vizsgakérdések.

1. Lokális növekedés, csökkenés és szélsőérték fogalmai (a szigorú eset is). Kapcsolat a deriválttal. Példák. Módszer korlátos, zárt intervallumon differenciálható függvény szélsőértékeinek megtalálására. Példák.
2. A középértéktételek: Rolle, Lagrange, Cauchy. Az integrálszámítás alaptétele.
3. Monotonitás fogalma (szigorú eset is). Kapcsolat a deriválttal: szükséges, illetve elégséges feltételek. Lokális szélsőérték létezésének elégséges feltétele. Példák.
4. Konvexitás fogalma. Kapcsolat a deriválttal: szükséges, illetve elégséges feltételek. Példák. Az inflexiós pont fogalma és létezésének szükséges feltétele. A teljes függvényvizsgálat. Példák.
5. Taylor-polinomok és tulajdonságaik. Az  $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$  egyenlőtlenség (biz. gyakorlaton!). A Taylor-formula a Lagrange-maradéktaggal. Taylor-sor és a konvergencia elégséges feltétele. A  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$  függvények Taylor-sora. Az  $e$  számot előállító nevezetes sor.
6. A L'Hospital-szabály. Példák.
7. A primitív függvény és határozatlan integrál fogalma. Az alapintegrálok. Integrál és műveletek.
8. Integrálási szabályok: lineáris helyettesítés, speciális alakú integrandusok, parciális és helyettesítéssel történő integrálás. Másodfokú nevezőjű racionális törtfüggvények integrálása. Példák.
9. A határozott integrál fogalmához vezető probléma: az  $x^2$  függvény  $[0, 1]$  intervallumhoz tartozó grafikonja alatti tartomány területe. A határozott integrál definíciójához szükséges fogalmak és tulajdonságaik. Alsó és felső integrál, Riemann-integrál.
10. Szükséges és elégséges feltétel egy korlátos függvény integrálhatóságára. Monoton függvények integrálhatósága.
11. Egyenletes folytonosság. Példák. Heine tétele. Folytonos függvények integrálhatósága.
12. Az integrál néhány egyszerű, az intervallummal kapcsolatos tulajdonsága. Integrál és műveletek. Integrál és egyenlőtlenség (biz. gyakorlaton!).
13. A Newton–Leibniz-tétel. Integrálási szabályok határozott integrálra. Példák.
14. Integrálfüggvény és tulajdonságai. Példa a deriváltra. A határozott integrál alkalmazásai: normáltartomány területe, forgástest térfogata. Az egységkör területe és az egységgömb térfogata.