

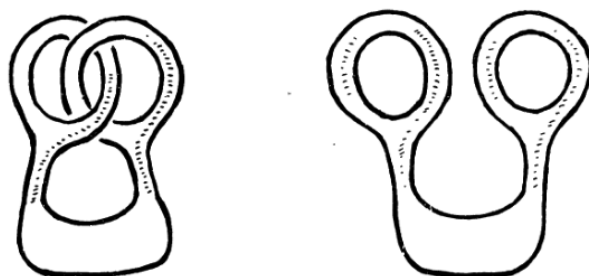
# Analízis verseny másodéves tanárszakosoknak

2016. tavaszi félév, 2. forduló

**Tudnivalók.** Minden fordulóban az 1. feladat logikai jellegű (semmilyen előismeret nem szükséges hozzá), a többi pedig az anyaghoz kapcsolódik. Megoldást be lehet adni papíron vagy elektronikusan. Akinek legalább egy helyes megoldása van, csokit kap. A beadási határidő után a megoldásokat megbeszéljük.

**Beadási határidő:** 2016. április 2. 24:00

1. Képzeljük el, hogy az ábrán látható hurkok tökéletesen rugalmas gumiszerű anyagból készültek, amelyet korlátlanul nyújthatunk, összenyomhatunk, de szét nem szakíthatjuk, nem ragaszthatjuk össze különböző részeit és lyukakat sem hozhatunk benne létre. Átformázható-e ilyen módon a bal oldali hurok a jobb oldali hurokká?



2. Mekkora az  $1/x$  függvény grafikonjának egy tetszőleges érintője és a koordinátatengelyek által közbezárt háromszög területe?
3. Adjuk meg zárt alakban az alábbi összeget!

$$1 \cdot 2016^0 + 2 \cdot 2016^1 + 3 \cdot 2016^2 + \dots + 2016 \cdot 2016^{2015}.$$

4. Tegyük fel, hogy  $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  folytonos függvények, amelyek differenciálhatók az  $(a, b)$  intervallumon és  $f(a) = f(b) = 0$ . Bizonyítsuk be, hogy ekkor van olyan  $\xi \in (a, b)$ , amelyre  $g'(\xi)f(\xi) + f'(\xi)g(\xi) = 0$ .