Bevezető analízis 2. előadás

Osztatlan matematikatanár szak keresztfélév, 2016. ősz

2. előadás (szeptember 27.)

Az órát a számtani és mértani közepek közötti egyenlőtlenség bizonyításával kezdtük. A tankönyvben szereplő gondolatmenetet néztük, amelynek ötlete, hogy az indukció az $a_1, \ldots, a_n$ számok között a számtani középtől különböző számok darabszámára megy, ezt az egyszerűség kedvéért k-val jelöltük. Ráadásul az indukciónak azt a változatát használjuk, amikor belátjuk $k = 0$-ra és $k = 1$-re az állítást, majd megmutatjuk, hogy ha $(k-2)$-re és $(k-1)$-re igaz, akkor k-ra is. A $k = 0$ esetben mind az n darab szám ugyanaz, így az egyenlőtlenség nyilvánvaló. A $k = 1$ esetben nincs ilyen szám n-es (tehát igaz rájuk az állítás), mert beláttuk, hogy $\min_{j=1,\ldots,n} a_j < A < \max_{j=1,\ldots,n} a_j$ (ezt később használjuk majd). Az indukciós lépés lényege, hogy az a_j-k közül a legkisebbet (feltehető, hogy ez éppen a_1) lecseréljük A-ra, a legnagyobbat (feltehető, hogy ez éppen a_n) pedig $a_1 + a_n - A$-ra. Ekkor a számtani közép változatlan marad, a mértani közép nő, ez éppen az előbbi $a_1 < A < a_n$ összefüggés következménye.

Ezt követően megbeszélük (logikai jelekkel) halmazok egyenlőségét, tartalmazását, az üreshalmazt, majd a halmazműveleteket – unió, metszet, különbség, komplementer – értelmeztem (két halmaz esetén, valamint tetszőleges A_i halmazokra, ahol $i \in I$ indexhalmaz). Felírtam a különböző műveleti szabályokat.

Következtek ezután a függvények: függvény = leképezés = hozzárendelés alapfogalom. Definiáltuk az értelmezési tartományt, értékkészletet, és halmaz képét.

Végül röviden sorozatokról beszéltem. Az n tagú sorozat a fejünkben $a_1, \ldots, a_n$, de formálisan $f\colon \{1, 2 \ldots, n\} \to B$ függvény. Hasonlóan, a végtelen sorozat is egy függvény, de órán (és a fejünkben) továbbra is $a_1, a_2, \ldots$.