Bevezető analízis 2. előadás

Osztatlan matematikatanár szak keresztfélév, 2016. ősz

1. előadás (szeptember 13.)

Az óra elején megszavaztuk, hogy 10:15-kor kezdünk, előadás közben 5 perc szünetet tartunk 11:00-kor, így 11:50-ig tart az óra. Ezután röviden elmondtam a tárggyal kapcsolatos legfontosabb információkat; minden részletesen elolvasható az `abesenyei.web.elte.hu` oldalon.

Ezután belevágtunk a logikai műveletek témakörébe. Kicsit beszéltem arról, hogy mi a logika (a helyes következtetések tudománya), illetve mondtam, hogy a matematika állításokkal foglalkozik (alapigazságokból a logika segítségével levezetjük azokat). Majd rátértünk a logikai műveletekre és pontosan definiáltuk az igazságértéküket (mikor igaz, és mikor hamis): $\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \implies B, A \iff B$.

Következett ezután a nyitott mondat „fogalma" és bevezettük az univerzális és egzisztenciális kvantorokat, és megbeszéltük az igazságértéküket.

Megfogalmaztuk a kvantorokat és logikai jeleket tartalmazó állítások tagadásait, például: $\forall x A(x)$, $\exists x A(x)$, $\neg(\forall x A(x)) = \exists x \neg A(x)$, $\neg(\forall x A(x)) = \exists x \neg A(x)$, valamint $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B)$.

Rátértünk ezt követően a bizonyítási módszerekre, először az indirekt bizonyítás menetét néztük meg. Példaképpen a $\sqrt{2}$ irracionalitásának klasszikus bizonyítását említettem és kértem, hogy mindenki nézze át.

Majd jött a teljes indukció legegyszerűbb formája: ha A_1 igaz, és $\forall n(A_n \implies A_{n+1})$, akkor $\forall n \geq 1$ esetén A_n igaz. Rögtön ezután beszéltem arról, hogy ennek különböző általánosabb változatait is használhatjuk, például ha A_1 igaz és $\forall n(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \implies A_{n+1})$, akkor $\forall n \geq 1$ esetén A_n igaz.

A teljes indukció alkalmazásaként beláttuk a Bernoulli-egyenlőtlenséget a szokásos bizonyítással. Az egyenlőség esetét felírtam megjegyzésként, de nem igazoltam.

Ezután rátértünk a nevezetes közepekre, értelmeztem n darab pozitív szám számtani (A), mértani (G) és harmonikus (H) közepét. Két tulajdonságot fogalmaztam meg, az egyik, hogy ha a számok egyenlőek, akkor a közepük önmaguk; a másik pedig az, hogy a közép a legnagyobb és a legkisebb szám között helyezkedik el és egyenlőség csakis akkor van, ha a számok mind egyenlőek. Ezt beláttuk a számtani középre. Majd az óra végén kimondtam a közöttük fennálló egyenlőtlenséget ($A \geq G \geq H$), valamint az egyenlőség szükséges és elégséges feltételét (az n darab szám egyenlő).