

A B2 jelzésű feladatokat azok adhatják be, akik még nem vették fel az Egyváltozós analízis 2 tárgyat, az E2 jelzésű feladatokat pedig azok, akik már felvették az Egyváltozós analízis 2-t.

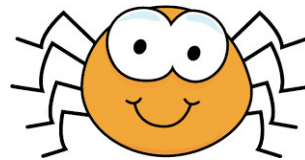
Megoldást akkor is érdemes beadni, ha valaki nem tudja megoldani az összes feladatot, esetleg csak részfeladatokat tud megoldani.

A verseny egyéni, mindenkitől önálló munkát várunk.

1. **B2, E2** Egy pókokkal foglalkozó biológus gyűjteményében n különböző pókfajta van. Ezeknek a pókfajtáknak különböző tulajdonságaik vannak. Egy adott tulajdonsággal egy bizonyos pókfajta vagy rendelkezik, vagy nem. Adjuk meg azt a legkisebb számot, ahány tulajdonsággal már biztosan meg tudunk különböztetni 5 pókfajta! Adjuk meg a megoldást 2015 pókfajta esetére!

Pontversenyen kívüli feladat:

Egy biológus talált 100 olyan tulajdonságot, amelyek alapján meg tudta különböztetni egymástól a gyűjteményében levő összes 21 pókfajta, azaz bármelyik 2 pókfajtahoz volt a 100 tulajdonság között olyan, amelyikben az a 2 pókfajta eltért egymástól. Adjuk meg azt a legkisebb számot, ahány, az előbbi 100-ból kiválasztott tulajdonsággal, már biztosan meg tudjuk különböztetni a 21 pókfajta!



2. **B2** Van-e olyan $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ függvény, amelyre $f(f(n)) = n + 1$ minden $n \in \mathbb{Z}$ esetén?
3. **B2** Képezzük az (a_n) sorozatot a következő módon: legyen a_0 pozitív egész szám, és $n \in \mathbb{N}$ esetén $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$. Adjunk meg a képzési szabálynak megfelelő sorozatot, amelynek tagjai között 2015 darab racionális szám van. Előfordulhat-e, hogy az (a_n) sorozat tagjai között végtelen sok racionális szám van?
4. **B2** Legyen $a_n = \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}}{n \cdot \sqrt{n}}$. Van-e az (a_n) sorozatnak $\frac{2}{3}$ -nál kisebb tagja?
5. **E2** Adjunk meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amelyik korlátos $[0,1]$ -en, és teljesül, hogy minden x, y valós szám esetén $f(x + y) = f(x) + f(y)$, továbbá $f(1) = 1$. Hány megoldása van a feladatnak?
6. **E2** Van-e olyan $[0,1]$ -en folytonos függvény, amely minden értéket páros sokszor vesz fel? (A végtelen nem páros.)
7. **E2** Van-e olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható függvény, amelyre teljesül, hogy f szigorúan konkáv az egész számegegyenesen, és $f(x) > x$ minden x -re?

Jó munkát!

Beadási határidő: április 21., 24:00.

A megoldások beadhatók az előadóknak, a gyakorlatvezetőknek vagy Besenyei Ádámnak vagy Gémes Margitnak. A megoldások beadhatók A4-es lapokon kézzel írva úgy, hogy minden feladat megoldása külön lapon van, vagy elküldhetők email-en pdf formátumban. A B2-es megoldásokat Besenyei Ádámnak, az E2-es megoldásokat Gémes Margitnak küldjék.