

Egyváltozós analízis 1. vizsgatematika

Osztatlan matematikatanár szak, 2015. ősz

Tudnivalók a vizsgáról. A vizsgákra a Neptunban kell jelentkezni, enélkül nem lehet vizsgázni. A vizsga előtti napon emailben küldök vizsgabeosztást. Kényelmes ruhában gyertek, nem kell kiöltözni. Konzultáció a vizsgák előtti (munka)napokon lehetséges, de két nappal a vizsga előtt kérem, hogy jelezzétek emailben az igényt. Emellett emailben szívesen válaszolok kérdésekre, tessék nyugodtan írni bármilyen probléma esetén.

A vizsgán ezen a tematikán kívül semmilyen segédeszköz nem használható, üres lap viszont legyen mindenkinél. A vizsga megkezdésekor mindenki egy feladatot és két tételt húz (amelyek a tételsor három különböző részét fedik le), majd 1 óra felkészülési időt kap. Az elégséges jegy feltétele a **feladat megoldása** (esetleg kis segítséggel), a **definíciók és tételek pontos kimondása és értéke** (ezt egyszerű kérdésekkel konkrét példákon könnyű tesztelni), a **bizonyítások alap gondolatának ismerete**, továbbá a **húzottaktól eltérő tételekből szűrőpróbaszerűen feltett kérdésekre való helyes válaszadás** (e kérdések is definíciók, tételek ismeretét és értését ellenőrzik). A gyakorlatokon megszerzett tudást és a logikus gondolkodás képességét a vizsgán se felejtjük el!

Vizsgakérdések.

1. Függvényekhez kapcsolódó fogalmak: értelmezési tartomány, értékkészlet, halmaz képe, injektív, szürjektív, bijektív, inverz, grafikon, példák. Valós függvények globális tulajdonságai: páros, páratlan, periodikus, korlátos, monoton, példák.
2. Konvex, konkáv függvények: definíció, példák. Jensen-egyenlőtlenség, alkalmazás. A konvexitás egy ekvivalens jellemzése, alkalmazás.
3. Valós függvények folytonossága: definíció, példák. Bal és jobb oldali folytonosság, példák.
4. Folytonosságra vonatkozó átviteli elv, példák. Folytonosság és műveletek.
5. Függvényhatárérték: adott pontbeli véges és végtelen limesz, példák.
6. Függvényhatárérték: adott pontbeli bal és jobb oldali véges és végtelen limesz, példák.
7. Függvényhatárérték: limesz $\pm\infty$ -ben, példák.
8. A függvényhatárérték egységes definíciója. Függvényhatárértékre vonatkozó átviteli elv. Függvényhatárérték és műveletek.
9. Függvényhatárérték és egyenlőtlenségek, rendőrelv. Az $\sqrt[x]{a}$, $\sqrt[x]{x}$ határértékei a ∞ -ben. Rendőrelv alkalmazása az $\sqrt[x]{f(x)}$ alakú kifejezés ∞ -beli határértékére.
10. Nevezetes függvényhatárértékek: hatványfüggvények limesze ∞ -ben és $0+0$ -ban, exponenciális függvények limesze $\pm\infty$ -ben. Nagyságrendek, példák.
11. Függvényhatárérték és kompozíció. Alkalmazás: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^x$.
12. Korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvények: maximum, minimum fogalma, Weierstrass két tétele.
13. Korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvények: Bolzano–Darboux-tétel. Következmények: folytonos függvények értékkészlete, $\sqrt[k]{a}$ létezése.
14. Az exponenciális, logaritmus- és trigonometrikus függvények értelmezése és tulajdonságaik.
15. A differenciálhányados: motiváció, derivált fogalma. Példák: konstans, x^n deriváltja. Példák nem differenciálható függvényekre. Differenciálhatóság és folytonosság kapcsolata. Érintő. A differenciálhatóság maradéktagos átfoglalozása.

16. Trigonometrikus függvények deriváltja: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, \sin és \cos deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvények deriváltja: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$, e^x , $\log x$ deriváltja.
17. Differenciálási szabályok: konstansszoros, összeg, szorzat, hányados deriváltja. Alkalmazás: tg és ctg deriváltja. Összetett függvény deriválási szabálya (láncszabály). Alkalmazás: x^α , a^x deriváltja.
18. Inverz deriválási szabálya. A trigonometrikus függvények inverzeinek értelmezése és deriváltjaik.
19. A hiperbolikus függvények és deriváltjaik. A hiperbolikus függvények inverzei (derivált nem kell). Magasabb rendű deriváltak értelmezése, példák.
20. Lokális növekedés, szélsőértékek, példák. A lokális növekedés jellemzése a különbségi hányadossal és a deriválttal, példák.