Bevezető analízis 1. gyakorlat

Osztatlan matematikatanár szak 1. félév, 2015. ősz

Besenyei Ádám csoportjának emlékeztetői. A többi csoportban a feladatok, házik sorrendje eltérhet!

1. gyakorlat (szeptember 7.)

- bemutatkozás, tudnivalók stb.: tessék elolvasni mindent a honlapon!
- a „három matematikus a kocsmában” feladat és változatának megbeszélése: milyen információt szűr le a pincér a válaszokból?
- a P és Q kijelentések kapcsolata: hogyan tagadunk „minden” vagy „van” kezdetű kijelentéseket? hogyan győzünk meg valakit egy kijelentés igazságáról vagy hamisságáról? mikor adunk ellenpél-dát és mit kell tudnia az ellenpéldának?
- 3.1 és 3.2: mi a polinom? sejtjük, hogy 3.1 hamis, erről hogyan tudunk meggyőzni valakit? ellenpélda: $p(x) = -x$, konstans polinom.
- HF: 3.2 befejezni, 209, ezenkívül (papíron kiosztva): 3.261, 264, 266, 229, 232; 5.1, 2, 10, 16; 1.42; 2.15;
- Jegyzetből olvasni: 3.1, 2, 4, 5, 7.
- Gyakorló feladatok: 3.148-151, 155–160, 196, 198, 206, 209, 223, 224, 230, 231, 244, 245, 263, 265, 270, 272, 273; 5.11–22.

2. gyakorlat (szeptember 14.)

- házik közül megbeszéltük:
  - 3.2: hogyan indokoljuk a hamisságot? Minden $x < y$-hoz meg kell adni egy p polinomot, amelyre $p(x) \geq p(y)$; a p általában függhet az $x < y$ értékektől, de most van univerzális, $p(x) = -x$, vagy konstans stb.
  - 2.15: egyenlőtlenség grafikus és algebrai megoldás: vigyázzunk az esetszétválasztásnál, ne felejtsünk el minden feltételt figyelembe venni.
  - 5.10, 16: hamis esetben egyetlen x-et elég megadni, amelyre nem teljesül az adott összefüg-gés.
  - 3.209: a $\cos(2x) \to \cos(2x - 4)$ lépés „veszélyes”, ez 2-vel jobbra tolás, mert $\cos(2x - 4) = \cos(2(x - 2))$.
- kérdés: mi egy függvény maximuma, minimuma? Tippek után a definíciót megbeszéltük.
- kérdés: mit jelent az, hogy egy függvénynek nincs maximuma?
- 3.20: minimuma 0 (definíció alapján kell indokolni), nincs maximuma (minden M esetén $x = M + 1$-ben az értéke M-nél nagyobb, tehát M nem lehet maximum).
- 3.260: $\sqrt[3]{x}$ grafikonjából hogyan kapjuk a bal oldal grafikonját?
- HF: 3.169, 21 26, 9–12, 280, 281; 1.41, 5.13, 17; 2.16.
- Jegyzetből olvasni: 3.1–7.

3. gyakorlat (szeptember 21.)

- házik közül megbeszéltük:
  - 3.21: miért a 0 a minimum (definíció ellenőrzése), miért nincs maximum?
  - 3.9: van, sőt beláttuk a definíció alapján, hogy az összeg mindenképpen szigorúan monoton növekedő; azt is megnéztük, hogy ez a bizonyítás miért nem működik különbségre (egyenlőtlenségeket nem szabad egymásból kivonni).
  - 3.280: $|x+7| < 3 \iff -3 < x+7 < 3 \iff -10 < x < -4$.
  - 3.281: fejezzük ki a kerületből r-et és azt helyettesítsük T-be!
  - 5.13, 17: hamis mindkettő, konkrét ellenpéldával igazoljuk.
  - 2.16: nincs ilyen, mert ez azt jelentené, hogy $a(x+1)+b = 2(ax)+b$ minden x-re, de például $x = 0$ esetén ez semmilyen $a \neq 0$ és b esetén nem teljesül.
- 1.28, 29: logika.
- 3.50: például $f(x) = x^2$ (páros függvények).
- 3.51: $f(x) = 0$ (csak ez).
- 3.52: például $f(x) = x$, $f(x) = -x$ stb.
- Jegyzet: 3.1–7, 9; 5.1,2.
- Példatár: 2. 17; 3.21, 24, 26, 28–31, 189; 5.6, 35, 28, 31.

4. gyakorlat (szeptember 28.)

- házik közül megbeszéljük
  - 2.17: vigyázzunk, hogy ha szorzunk x-szel, akkor eseteket kell vizsgálni!
  - 3.189: egészrész és törtrész definíciója.
  - 3.24: $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ értékeket nézve már látható, hogy nincs se maximum (k nagy), se minimum (k kicsi negatív).
- 1.5, 9, 10, 11: az üres halmaz elemeire minden igaz, mert ha nem lenne igaz, akkor kellene mutatni egy ellenpéldát, de azt nem tudunk.
- 3.60, 61, 62: ha nem páros, akkor azt elég egy x értékkel alátámasztani, amelyre vagy $-x \notin D(f)$ vagy $f(-x) \neq f(x)$.
- Jegyzet: 3.1–9, 5.1,2
- Példatár: 3.112, 3, 24, 66, 69, 70, 125, 126, 265, 267; 5.8, 51, 55, 70, 71.

5. gyakorlat (október 5.)

- házik közül megbeszéljük
  - 5.51: igaz, $x > 0$ és $-x$ választással $f(-x) = f(x)$, így nem teljesül a szigorú monotonitás.
  - 5.55: ellenpélda a 0 függvény (például)
- 5.25: ellenpélda $x = 0.5$ (például)
- 5.28: ellenpélda $x = -1,9$ vigyázat $\{-1{,}9\} = 0{,}1$.
- 5.97, 98, 112: periodikus függvény, periódus fogalma, tagadásaŁ ha p periódus, akkor $2p, 3p, \dots$ is az.
- Mintazh: 1.25, 3.268, 5.25, 3.27, 3.6 és 3.8, 3.98, 3.3

6. gyakorlat (október 12.)

- ZH: konzultáció pénteken 12-től D. 3-719-es teremben.

7. gyakorlat (október 19.)

- zh megbeszélés
- 2.1: definíció alapján
- 2.2: indirek bizonyítás
- 2.8a: például $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$.
- 2.9: indirekt bizonyítás
- Jegyzet: 1.3,4; 2.1,2.
- HF: 2.3, 8b, 14, 19.

8. gyakorlat (november 2.)

- HF megbeszélés
  - 2.3: indirekt
  - 2.8b: definíció alapján nem lehet
  - 2.19: a) megoldása $y < -5$ vagy $y > 5$; b) megoldása $y \geq 5$ (bizonyítás ez mind jó, többi nem, erre $x = 5$ mindig jó ellenpélda).
  - 2.14: bal oldal mindhárom tagja 0 kell, hogy legyen, de ez nem lehetséges.
- 1.14: nem, ellenpélda
- 1.16: b) ekvivalencia bizonyítása két irányú.
- 2.27: becslés.
- 2.29: direkt bizonyítás (leírásra vigyázni).
- 2.34: kétféleképpen, ekvivalens átalakításokkal vagy közepekkel.
- 2.30: kétféleképpen, másodfokú függvénnyel vagy közepekkel.
- Jegyzet: 2.3,4.
- HF: 1.13, 32, 36; 2.28, 32, 37, 44; ismétlő: 3.38, 44, 185, 248.

9. gyakorlat (november 9.)

- HF megbeszélés
  - 1.32: melyikből következik melyik, négyzetreemelésnél előjelvizsgálat szükséges
  - 1.36: ellenpélda
  - 2.28: számtani közép
  - 2.37: egyenlőtlenség beszorzásakor előjelvizsgálat kell
- 1.17: ha ...,akkor ... tagadása
- 1.26, 27: ha, akkor

- 1.37: éssel összekapcsolt állítások tagadása; nem monotonitás megfogalmazása
- 2.22: küszöbszám keresése, tagadás megfogalmazása
- 2.23: köszübszám nem létezik, ennek pontos indoklása
- Jegyzet: 1.1,2; 2.4,5.
- HF: 1.18, 19, 20, 50.; 2.25, 35, 36, 48.; 5,42, 43, 44, 63 ,64.