1. feladatsor
III. éves alkmat parcdiff 2015. tavasz

1. Keressük meg az alábbi egyenletek $u\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ klasszikus megoldásait!

a)	$\partial_y u = 0$	e)	$\partial_x u - \partial_y u = 0$
b)	$\partial_{xy} u = 0$	f)	$\partial_x^2 u - \partial_y^2 u = 0$
c)	$\partial_{xy} u = \dfrac{4xy}{(x^2+y^2)^2}$	g)	$\partial_x^2 u - a^2 \partial_y^2 u = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$
d)	$\partial_{xy} u + 2x\partial_y u = x$	h)	$(\partial_x u)^2 + (\partial_y u)^2 = 0$

2. Adjuk meg a $\partial_x^2 u(x,y,z) = 0$ feladat $u \in C^2(\mathbb{R}^3)$ általános megoldását!

3. Keressük meg az alábbi Cauchy-feladatok $u \in C^2(\mathbb{R}^2)$ megoldását!

a) $\begin{cases} \partial_{xy} u = x + y \\ u(x,x) = x \\ \partial_1 u(x,x) = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \partial_x^2 u - \partial_y^2 u = 0 \\ u(0,y) = 1 \\ \partial_x u(0,y) = 1 \end{cases}$

4. Keressük meg a $\partial_x^2 u - \partial_y u = 0$ egyenlet $u(x,y) = X(x)Y(y)$ alakú klasszikus megoldásait!

5. Keressünk $u\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ polinomokat, amelyekre $\Delta u = \partial_x^2 u + \partial_y^2 u = 0$.

6. Tegyük fel, hogy az $u \in C^4(\mathbb{R}^2)$ függvényre $\Delta u = 0$. Igazoljuk, hogy ekkor a $v(x,y) := (x^2+y^2)u(x,y)$ függvényre $\Delta^2 v = 0$.

*7. Adjuk meg a $\partial_x u \cdot \partial_y u = 0$ egyenlet $u \in C^1(\mathbb{R}^2)$ megoldásait!